УДК 519.21

Устойчивость характеризационных свойств показательного распределения, Азларов Г. А., «Литовский математический сборник», 1972, XII, № 2. 5—9.

Доказывается, что в функции распределения $\Phi(x)=P\{\xi\geqslant x\}$ неотрицательной случайной величины, удовлетворяющей условию

$$h(x, y)=\left|\sup_{\substack{x>0\\ y>0}}\Big(P\{\xi\geqslant x+y \mid \xi\geqslant x\}-\Phi(x)\Big)\right|\leqslant\varepsilon,\ 0\leqslant\varepsilon<1,$$

имеет место соотношение

$$\inf_{0<\nu<\infty}\ \sup_{x\geqslant 0}\ |\Phi(x)-e^{-\nu x}|\leqslant\sqrt{3}+2\varepsilon.$$

Подобная теорема получена для дискретного распределения. Библ. 3.

УДК 519.21

Об оценке спектра квантованного по уровню гауссовского случайного процесса, Алексеев В., «Литовский математический сборник», 1972, XII, № 2, 11—15.

Рассматриваются оценки спектральной плотности гауссовского стационарного случайного процесса x_k, $k=1, 2, \ldots$, со средним 0 и дисперсией σ^2. Исследуется дополнительное смещение таких оценок, возникающее из-за квантования по уровню процесса x_k. Предполагая, что шаг квантования q мал в сравнении с σ, а спектральная плотность процесса x_k является функцией из класса $\mathrm{Lip}\,\alpha$, где $\frac{1}{2}<\alpha\leqslant 1$, доказывается, что при большом объеме выборки искомое дополнительное смещение приближенно равно $q^2/24\pi$. Библ. 15.

УДК 519.21

Сходимость к логарифмически нормальному закону, Бакштис А., «Литовский математический сборник», 1972, XII, № 2, 17—27.

В статье доказаны критерии сходимости функций распределения произведений независимых случайных величин к двустороннему логнормальному закону с функцией распределения

$$L(\alpha_0, \alpha_1, x)=\begin{cases}\dfrac{\alpha_0-\alpha_1}{2}\,[1-G(\ln|x|)], & \text{если } x<0,\\[2ex] 1-\dfrac{\alpha_0+\alpha_1}{2}\,[1-G(\ln x)], & \text{если } x>0,\end{cases}$$

где

$$G(u)=\frac{1}{\sqrt{2\pi}}\int\limits_{-\infty}^{u} e^{-\frac{t^2}{2}}\,dt,$$

$0<\alpha_0\leqslant 1$, $|\alpha_1|\leqslant\alpha_0$ Библ. 5.

УДК 513.7

О некоторых пространствах, допускающих группы движений максимального порядка, Егоров А., Егорова Л., «Литовский математический сборник», 1972, XII, № 2, 39—42.

Доказывается, что среди всех римановых пространств V_4 — существует одно и только одно пространство с полной группой гомотетических движений C_9. Установлено, что маскимальный порядок групп движений в пространствах линейных элементов усеченной несимметрической связности равен точно n^2-n+2.

Бнбл. 4

УДК 517.54

Некоторые свойства функций с отличной от нуля разделенной разностью, Кирьяцкий Э., «Литовский математический сборник», 1972, XII, № 2, 43—55.

Рассматриваются аналитические в единичном круге E функции $F(z)=$ $=z^n+a_{n+1}z^{n+1}+\dots$, n-я разделенная разность $[F(z);\ z_0 \dots z_n]$ которых не равна нулю при любым $z_0,\ z_1,\ \dots,\ z_n \in E$. Класс таких функций, обозначенный через $k_n(E)$ $(k_1(E)$, совпадает, очевидно, с классом нормированных и однолистных в круге E функций. Для произвольных $\zeta_1,\ \zeta_2,\ \dots,\ \zeta_k$, $1 \leqslant k \leqslant n$ обозначаем

$$\{F(z);\ z\zeta_1 \dots \zeta_k\}=\frac{[F(z);\ z\zeta_1 \dots \zeta_k]}{[F(z);\ 0\zeta_1 \dots \zeta_k]}$$

и показываем, что

$$F(z,\ \zeta_1,\ \dots,\ \zeta_k)=z^{n-k}\{z^{-(n-k)}F(z);\ z\zeta_1 \dots \zeta_k\} \in k_{n-k}(E),$$

если $F(z) \in k_n(E)$. Кроме того, приводятся некоторые экстремальные свойства однолистных и нормированных в E функций $F(z,\ \zeta_1,\ \dots,\ \zeta_{n-1})$. Библ. 8

УДК 518:512.39

О достаточных условиях применимости метода Монте-Карло для решения систем нелинейных уравнений, Клейза В., «Литовский математический сборник», 1972, XII, № 2, 57—63.

Статья посвящена вопросу применимости данного метода Монте-Карло к решению систем нелинейных уравнений. Рассматривается метод Монте-Карло, применимый к системам линейных алгебраических уравнений. Доказывается несколько достаточных условий для применения этого метода к системам нелинейных уравнений.

Библ. 4

УДК 511.3

Метод производящих рядов Дирихле в теории распределения аддитивных арифметических функций. II. Кубилюс Й. «Литовский математический сборник», 1972, XII, № 2, 65—76.

Во второй части работы [1 часть см. Liet. matem. rinkinys, Лит. мат. сб., 1971, II, № 1, 125—134] рассматриваются целозначные аддитивные арифметические функции, подчиненные условиям: существуют такие константы c_1, c_2, c_3 и целое $s \geqslant 2$, что суммы по простым числам p

$$\sum_{p} \frac{a_p \ln p}{p} \leqslant c_1, \quad \sum_{p} \frac{\max(a_p^s, \ln p)}{p} \leqslant c_2,$$

$$\sum_{p} \sum_{\alpha=2}^{\infty} \frac{|f^s(p^\alpha)|}{p^\alpha} \leqslant c_3,$$

УДК 511.3

О больших уклонениях мультипликативных функций. Кубилюс Й., Лауринчикас А., «Литовский математический сборник», 1972, XII, № 2, 77—86.

Пусть $g(m)$ — вещественная мультипликативная функция. Предположим, что для некоторых констант $\lambda \neq 0$, $\delta > 0$, c, c_1, c_2, c_3, c_4, c_5 суммы по простым числам p

$$\sum_{g(p)=0} \frac{\ln p}{p} \leqslant c_1, \quad \sum_{\substack{g(p)<0 \\ a_p<c}} \frac{\ln p}{p} \leqslant c_2, \quad \sum_{\substack{g(p)>0 \\ a_p<c}} \frac{a_p \ln_p}{p} \leqslant c_3,$$

$$\sum_{\substack{g(p)\neq 0 \\ a_p \geqslant c}} \frac{e^{\delta a_p} \ln p}{p} \leqslant c_4, \quad \sum_{p} \sum_{\substack{\alpha=2 \\ g(p^\alpha)\neq 0}}^{\infty} \frac{e^{\delta |\ln|g(p^\alpha)||}}{p^\alpha} \leqslant c_5,$$

где $a_p = |\ln|g(p)| - \lambda|$. Тогда при $x = o(\sqrt{\ln\ln u})$, $H(x, n) = \exp(\lambda \ln\ln n + x|\lambda|\sqrt{\ln\ln n})$ число натуральных $m \leqslant n$, для которых $0 < g(m) < H(x, n)$ при $x \leqslant 0$, равно

$$n\beta_0 \Phi(-|x|) e^{Q_n(x)} \left(1 + \frac{B(|x|+1)}{\sqrt{\ln\ln n}}\right),$$

УДК 511

Асимптотическое разложение законов распределения мультипликативных арифметических функций, Манставичюс Э., «Литовский математический сборник», 1972, XII № 2, 87—101.

Пусть $g(m)$ — вещественная мультипликативная функция, принимающая значения из некоторой геометрической прогрессии. Предположим, что ряды по простым числам

$$\sum_{g(p)\leqslant 0} \frac{\ln p}{p}, \quad \sum_{\substack{g(p)>0 \\ d_p<c}} \frac{d_p \ln p}{p}, \quad \sum_{\substack{g(p)>0, \\ d_p \geqslant c}} \frac{\ln p}{p},$$

$$\sum_{g(p)\neq 0} \frac{d_p^s}{p}, \quad \sum_{p} \sum_{\substack{\alpha=2 \\ g(p^\alpha)\neq 0}}^{\infty} \frac{|\ln|g(p^\alpha)||^s}{p^\alpha},$$

где $a_p = |f(p) - 1|$. Доказано, что число целых положительных $m \leqslant n$ с условием $f(m) < \ln\ln n + x\sqrt{\ln\ln n}$ равно

$$\frac{n}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{x} e^{-u^2/2}\, du + n \sum_{k=1}^{s-1} \frac{\varphi_k(n, x)}{(\ln\ln n)^{\frac{k}{2}}} + O\left(\frac{n \ln\ln\ln n}{(\ln\ln n)^{\frac{s}{2}}}\right),$$

где $\varphi_k(n, x)$ — ограниченные функции, а константа символа O зависит лишь от c_1, c_2, c_3, и s. Библ. 5.

где

$$\beta_0 = (\omega_0 + \omega_1)/2, \quad \omega_k = \prod_p \sum_{\substack{\alpha=0 \\ g(p^\alpha) \neq 0}}^{\infty} \frac{\operatorname{sgn}^k g(p^\alpha)}{p^\alpha} \qquad (k = 0, 1),$$

$$Q_n(x) = \frac{x^2}{2} + \Big(\xi - (1+\xi)\ln(1+\xi)\Big) \ln\ln n,$$

$$\xi = \frac{x \operatorname{sgn} \lambda}{\sqrt{\ln\ln n}},$$

$$\Phi(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{x} e^{-u^2/2}\, du.$$

Множитель B ограничен по абсолютному значению константой, зависящей лишь от λ, δ, c, c_j $(j = 1, \ldots, 5)$.

Аналогичные формулы справедливы и для неравенств $g(m) > H(x, n)$ при $x \geqslant 0$, $-H(x, n) < g(m) < 0$ при $x \leqslant 0$, $g(m) < -H(x, n)$ при $x \geqslant 0$. Библ. 3.

где $d_p = |\ln|g(p)| - a \ln p - \lambda|$, сходятся при некоторых вещественных константах a, $\lambda \neq 0$, $c > 0$ и натуральном $s \geqslant 1$. Тогда с точностью до

$$O\left(\frac{\ln\ln\ln n}{\ln\ln n^{\frac{s}{2}}}\right)$$

получена асимптотическая формула для частоты $\nu_n(x)$ целых положительных $m \leqslant n$, удовлетворяющих неравенству

$$g(m) < |x|^{|\lambda|(\ln\ln n)^{\frac{1}{2}}} n^a \ln^\lambda n \operatorname{sgn} x.$$

Асимптотическое разложение для $\nu_n(x)$ найдено и в случае, когда $g(m)$ удовлетворяет условиям, которые получаются из (1) путем замены $g(p) \leqslant 0$ на $g(p) \geqslant 0$ и $g(p) > 0$ на $g(p) < 0$. Библ. 6.

УДК 511

Об оценке остаточного члена в центральной предельной теореме для сумм вида $\Sigma\varphi\,(2^j t)$, Мисявичус Г., «Литовский математический сборник», 1972, XII, № 2, 103—107.

Работа является продолжением статьи автора (Р. Ж. Мат.) с сохранением обозначений и нумерации констант. Пусть функция $\varphi\,(t)$ представима в виде $\chi\,(\varepsilon_1)+\psi\,(t)$, и для $\psi\,(t)$ выполнены условия: I. При некотором $0<\delta<1$ $M\,|\,\psi\,(t)\,|^{3+\delta}<\infty$; II. При положительных A_3 и α имеет место неравенство

$$\left(\int_0^1 |\,\Psi\,(t+n)-\Psi\,(t)^6\,dt\right)^{\frac{1}{6}}\leqslant A_3 h^\alpha;$$

III.

$$\sigma^2=\int_0^1 \varphi^2(t)\,dt+\sum_{j=1}^{\infty}\int_0^1 \varphi\,(t)\,\varphi\,(T^j t)\neq 0;$$

УДК 519.21

О суммах случайного числа многомерных векторов, Паулаускас В., «Литовский математический сборник», 1972, XII, № 2, 109—131.

Полученные в работе методом композиций результаты усиливают и обобщают на многомерный случай ряд результатов из [2], [7], [8]. Библ. 12.

УДК 512.25 519.3:30.115

Непрерывный аналог процесса распределения динамического программирования, Руткаускас П., Бистрицкас В., «Литовский математический сборник», 1972, XII, № 2, 133—140.

Исследуется непрерывный аналог функционального уравнения

$$f(x)=\max\left\{\begin{matrix} A: g\,(x)+f\,(ax)\,, \\ B: h\,(x)+f\,(bx), \end{matrix}\right\}$$

когда $0\leqslant a,\ b<1,\ x\geqslant 0$.

В непрерывном варианте получена задача оптимального управления: среди всех допустимых управлений $u\,(t)$, $0\leqslant u\,(t)\leqslant 1$, найти такое, для которого функционал

$$\int_0^\infty \left[u\,(t)\,g\left(x\,(t)\right)+\left(1-u\,(t)\right)h\left(x\,(t)\right)\right]dt$$

IV. При $u=\gamma \log n\, MD\ \{Y_{1,u} | \varepsilon_1, \ldots, \varepsilon_u, \varepsilon_{u+2}, \ldots, \varepsilon_{2u+1}\} \geqslant C_{12} > 0$, где обозначено

$$Y_{k,u}=\varphi(T^{k+u-1}t)+\sum_{i=0}^{u-2} \varphi(T^{k+i}t)-\varphi(\varepsilon_{k+i+1}, \ldots, \varepsilon_{k+u+1}).$$

Тогда для некоторой константы C_5, зависящей лишь от α, A_3, C_{12}, γ, σ, δ, имеет место оценка

$$\sup_x |F_n(x)-\Phi(x)| < \frac{C_s}{\sqrt{n}}.$$

Библ. 3

принимает наибольшее значение, когда фазовая переменная $x(t)$ удовлетворяет уравнению

$$\frac{dx}{dt}=x(t)\left[u(t)\ln a+\left(1-u(t)\ln b\right)\right], \quad x(0)=x_0.$$

Найден синтез оптимального управления $u(x)$.
Библ. 5