ISSN 1648-8776
JAUNŲJŲ MOKSLININKŲ DARBAI. Nr. 48 (1). 2018

LIETAUS SANKAUPOS APKROVOS ĮVERTINIMO ALGORITMAS

Artūras Mackūnas, Saulius Valentinavičius
Vilniaus Gedimino technikos universitetas
E. p.: arturasmackunas@gmail.com; saulius.valentinavicius@vgtu.lt

Įvadas

Statybos inžinerijoje naudojami standartiniai kietojo kūno skaičiavimo uždaviniai nustato pusiausviros konstrukcijos įtempimo deformacijų būvį [4]. Šis įtempimo deformacijų būvis priklauso nuo struktūros diskretinio modelio [2] integralaus standumo, išorės apkrovos poveikio ar kt. Išorinė apkrova, veikianti diskretinį modelį, dažniausiai priimama kaip kvazistatinis, išorinis veiksnys. Tačiau tai galioja tik modeliui ar jo dalims, kurioms formos kitimas deformavimosi metu nėra svarbus. Modelį veikiant kai kuriomis apkrovomis, formos pokyčio modeliui deformuojantis neįvertinti tiesiog nėra galima. Šis darbas yra skirtas susikaupusio lietaus apkrovos vertinimui, įskaitant diskretinio modelio deformacijas.

Darbo tikslas – patikslinti įprastą lietaus apkrovimo vertinimo algoritmą ir pateikti taikomąjį šio algoritmo diegimo pavyzdį inžinerinėms strypinėms konstrukcijoms.

Darbo uždaviniai: 1) atlikti statybinių konstrukcijų deformatyvumo analizę veikiant lietaus apkrovai; 2) realizuoti algoritmą, nustatantį lietaus apkrovą deformuotai strypinei konstrukcijai; 3) pateikti minėto algoritmo realizacinį pavyzdį.

Diskretinio-struktūrinio modelio lietaus apkrovos nustatymo metodika

Kiekvienas modelis turi savitas geometrines savybes, kurios yra pradinė sąlyga vandens kaupimui. Ant diskretinio modelio besikaupiantis vanduo yra vertinamas kaip išorinė apkrova. Ši apkrova deformuoja pradinę struktūros geometriją. Deformacijos vertikalių poslinkių bei išskirstytų apkrovų priklausomybė aprašoma kaip [4]:

$$EI\frac{d^4u}{dx^4} = EI\frac{d^3\varphi}{dx^3} = -\frac{d^2M}{dx^2} = -\frac{dQ}{dx} = p(x)\,; \tag{1}$$

čia: EI – strypo standumas lenkimui; φ – deviacija; M – veikiantysis lenkimo momentas; Q – veikiančioji skersinė jėga.

Dėl šios tarpusavio priklausomybės lietaus apkrovos turi būti nustatomos naudojant metodiką, pagrįstą iteraciniu skaičiavimu. Kiekvienos iteracijos pradžioje yra įvertinamos naujos modelio deformacijos ir priklausomai nuo jų reikšmių generuojamos apkrovos, kurių vieta bei reikšmė priklauso nuo praeitos iteracijos metu suformuoto deformuotos konstrukcijos modelio. Bendruoju atveju tokia geometrinio netiesiškumo išraiška lenkiamai strypinei konstrukcijai yra išreiškiama šiuo deformacijų ir poslinkių ryšiu [7]:

$$\varepsilon(u) = u'_x + \frac{1}{2}(u'_z)^2 - Zu''_z; \tag{2}$$

čia: $\varepsilon(u)$ – deformacijų vektorius; u_x – poslinkis strypo ašies kryptimi; u_z – poslinkis statmena strypo ašiai kryptimi; Z – atstumas nuo neutraliosios strypo ašies iki skerspjūvio krašto; $u''_z = \frac{d^2u}{dx^2}$ – kreivio deformacija.

Išorinių jėgų veikiamame modelyje atsiranda vidinių jėgų, kurios priešinasi deformacijai. Jeigu diskretinis modelis yra suprojektuotas tinkamai, tuomet vykdant iteracijas bus pasiekta riba, ties kuria modelis sugebės atlaikyti apkrovą ir pilnutinė potencinė deformacijos energija faktiškai nebekis. Toks modelis yra laikomas pusiausviru. Todėl pagal Lagranžo galimųjų poslinkių principą, esant be galo mažiems kinematiškai įmanomiems poslinkių pokyčiams, vidinių bei išorinių jėgų galimųjų darbų suma yra lygi nuliui [1, 3]. Mechanikoje deformuoto kūno pusiausvyra gali būti išreiškiama Lagranžo variacine lygtimi [4]:

$$\delta\left[\int_V U_0 dV - \int_S u^T q dS - \int_V u^T g dV\right] = 0; \tag{3}$$

čia: U_0 – santykinė potencinė deformavimo energija; q ir g – išorinės jėgos; V – tūris; S – paviršiaus plotas; u – poslinkių vektorius.

Pagal ją sistema yra pusiausvira tuomet, kai pilnutinės potencinės energijos reikšmė Π yra stacionari, t. y. pirmoji funkcionalo variacija lygi nuliui ($\delta\Pi = 0$) [1].

Tačiau Lagranžo galimųjų poslinkių principas nenurodo, kurią sistemos pusiausvyrą stebime: stabiliąją, nestabiliąją ar neutraliąją. Tam praverčia Dirichlė teorema, kuria teigiama, kad deformuoto kūno pilnutinė potencinė energija yra minimali bei pusiausvyra stabili tuomet, kai $\delta\Pi = 0$ ir $\delta^2 \Pi > 0$ [1]. Taigi antroji pilnutinės potencinės energijos funkcionalo variacija po kiekvienos iteracijos turi išlikti teigiama.

Kad įsitikintume, jog potencinės energijos pokytis sugebės pasiekti nulį, po kiekvienos iteracijos yra stebima, ar sugeneruotų vandens apkrovų sumos padidėjimas mažėja. Nyderlandų norminiuose dokumentuose nurodyta, kad iteracijos turi būti vykdomos tol, kol sistemą veikiančių išorinių apkrovų padidėjimas tampa mažesnis negu 1 % [6].

Jeigu modelis nėra tinkamai suprojektuotas ir vykdant iteracijas vandens apkrovų sumos padidėjimas didėja, tuomet nuo pusiausvyros taško bus tolstama: apkrovos bus generuojamos vis didesnės, vandens lygis kils greitėjančiai, deformacijos procesas vyks nepaliaujamai. Tokiu atveju iteracinis procesas yra nutraukiamas. Pakeitus struktūrinį modelį iteracinis procesas yra pradedamas nuo pradžių. Konverguojantis iteracinis procesas leidžia tiksliau įvertinti apkrovos pasiskirstymą ir nustatyti tikslesnius galutinius diskretinio modelio poslinkius. Dažniausiai naudojami neiteraciniai metodai įvertina tik pradinį apkrovos pasiskirstymą ir jį atitinkantį konstrukcijos deformavimosi mechanizmą.

Statinės apkrovos, nedarančios įtakos iteraciniam lietaus kaupimosi procesui, yra laikomos pradinį modelį deformuojančiais parametrais. Jie priskaičiuojami prie kitų išorinių modelį veikiančių jėgų. Šios apkrovos yra laikančiųjų konstrukcijų, gegnių ir lietų perimančios konstrukcijos (plokščių) savasis svoris.

Generavimo proceso metu deformacijos bei apkrovos yra analizuojamos iš anksto tam tikru intervalu nustatytuose taškuose. Lietaus apkrovos konkrečiame taške yra apskaičiuojamos pagal formulę [6]:

$$p_w(x) = (h_w(x) + u(x))\,\gamma_w; \tag{4}$$

čia: $h_w(x)$ – pradinis susikaupusio vandens aukštis; $u(x)$ – dėl stogo deformacijos atsirandantis papildomas vandens lygis, skaičiuojamas iteracinio proceso metu; γ_w – vandens tankis, kuris yra konstanta, lygi 10 kN/m^3.

Pradinis susikaupusio vandens aukštis apskaičiuojamas pagal formulę [6]:

$$h_w(x) = d_a + h_a; \tag{5}$$

čia: d_a – vandens lygis virš vandens nuleidimo angos, susidarantis dėl naujai pritekančio vandens; h_a – vandens nuleidimo angos aukštis.

Jeigu vandens išleidimo anga yra apskritimo formos, tuomet d_a apskaičiuojamas pagal formulę [6]:

$$d_a = 0{,}29\left(\frac{Q_p}{d}\right)^{\frac{2}{3}}; \tag{6}$$

čia: Q_p – pritekančio vandens kiekis, kuris turi būti išleistas; d – vandenį išleidžiančios angos skersmuo.

Jeigu vandens išleidimo anga yra stačiakampės formos, tuomet d_a apskaičiuojamas pagal formulę [6]:

$$d_a = 0{,}70\left(\frac{Q_p}{b}\right)^{\frac{2}{3}}; \tag{7}$$

čia b – vandenį išleidžiančios stačiakampės angos plotis.

Pritekančio vandens kiekis yra apskaičiuojamas pagal formulę [6]:

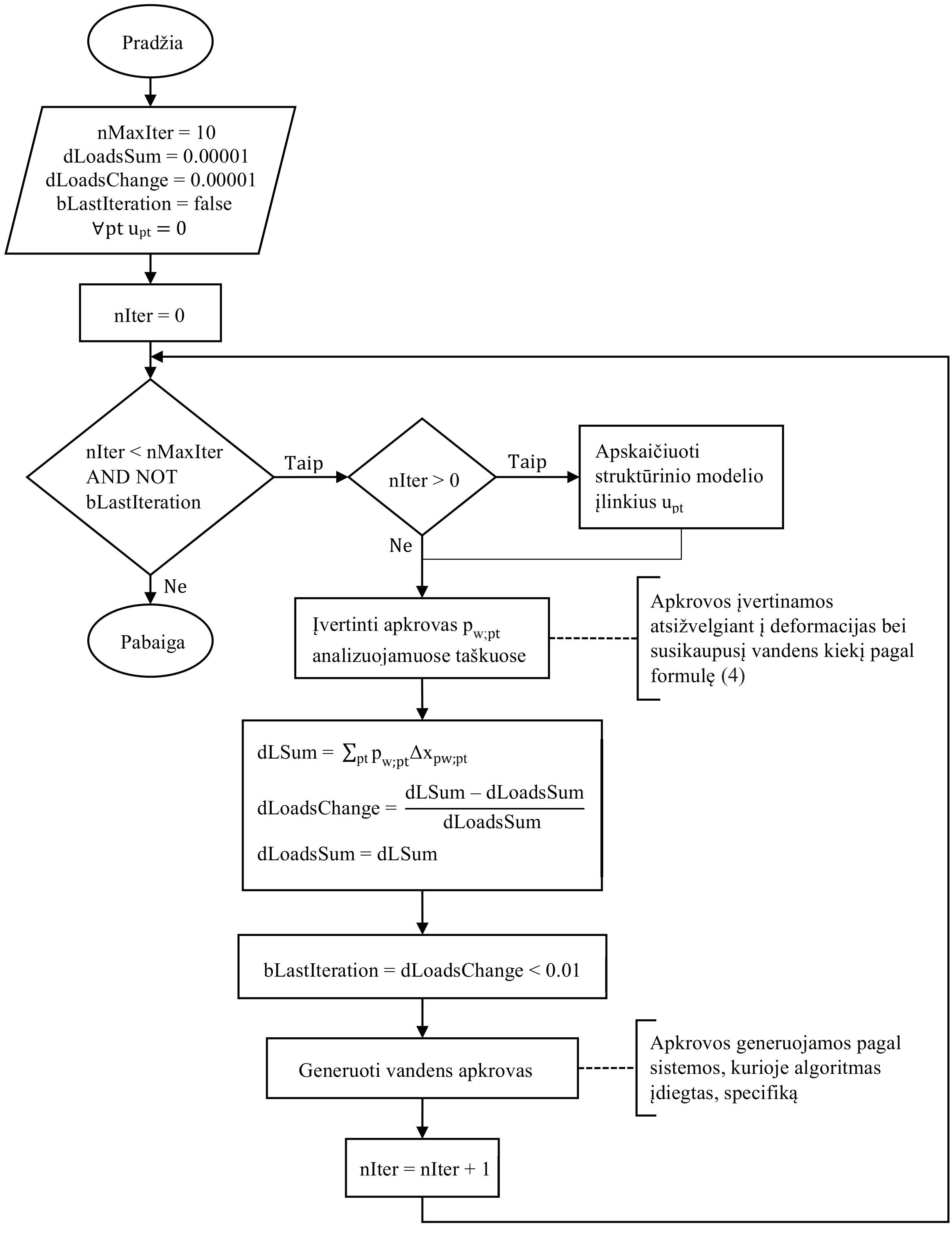
$$Q_p = A\, i_r; \tag{8}$$

čia: A yra plotas, ant kurio renkasi vanduo; i_r yra lietaus intensyvumas, kurio reikšmė yra priimama pagal metinius stebėjimus ir skiriasi konkrečiai šaliai (žr. lentelę).

Lentelė. ***Lietaus intensyvumo apskaičiavimas Nyderlanduose*** [6]

Stebėjimo laikas	**Lietaus intensyvumas [× 10^{-3} m/s]**
1 metai	0,0215
15 metų	0,0406
50 metų	0,0500
100 metų	0,0561

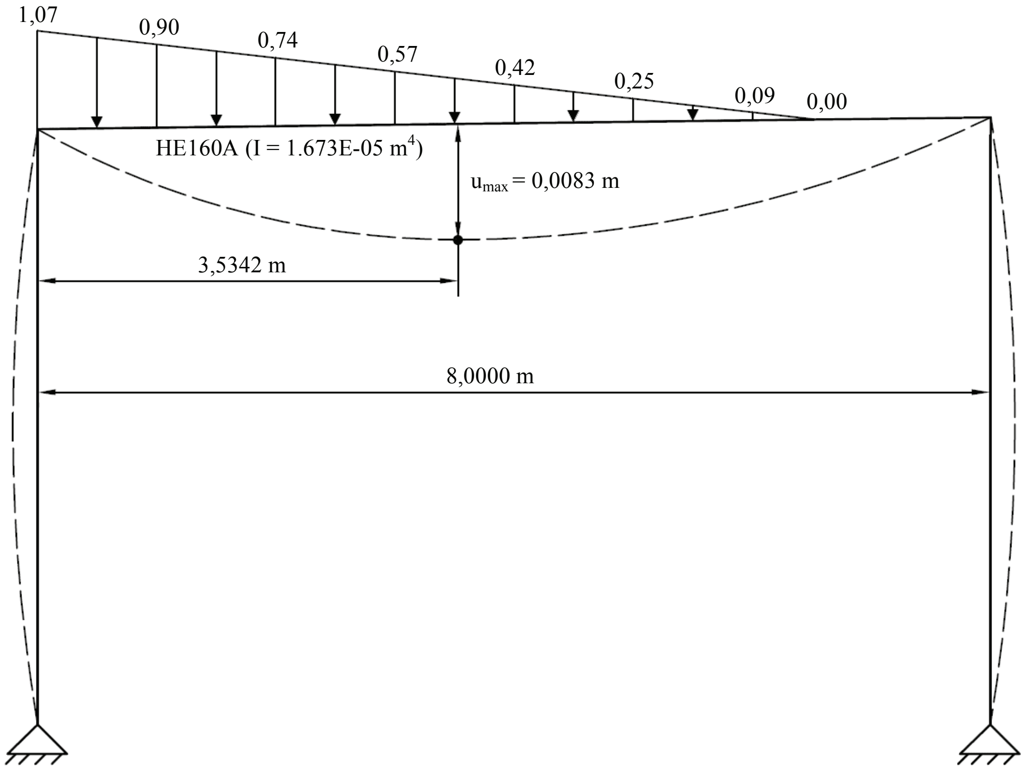
Autorių sukurtas iteracinio vandens kaupimo apkrovų generavimo algoritmas yra pavaizduotas 1 pav.



1 pav. Iteratyvus lietaus kaupimo apkrovų generavimo procesas

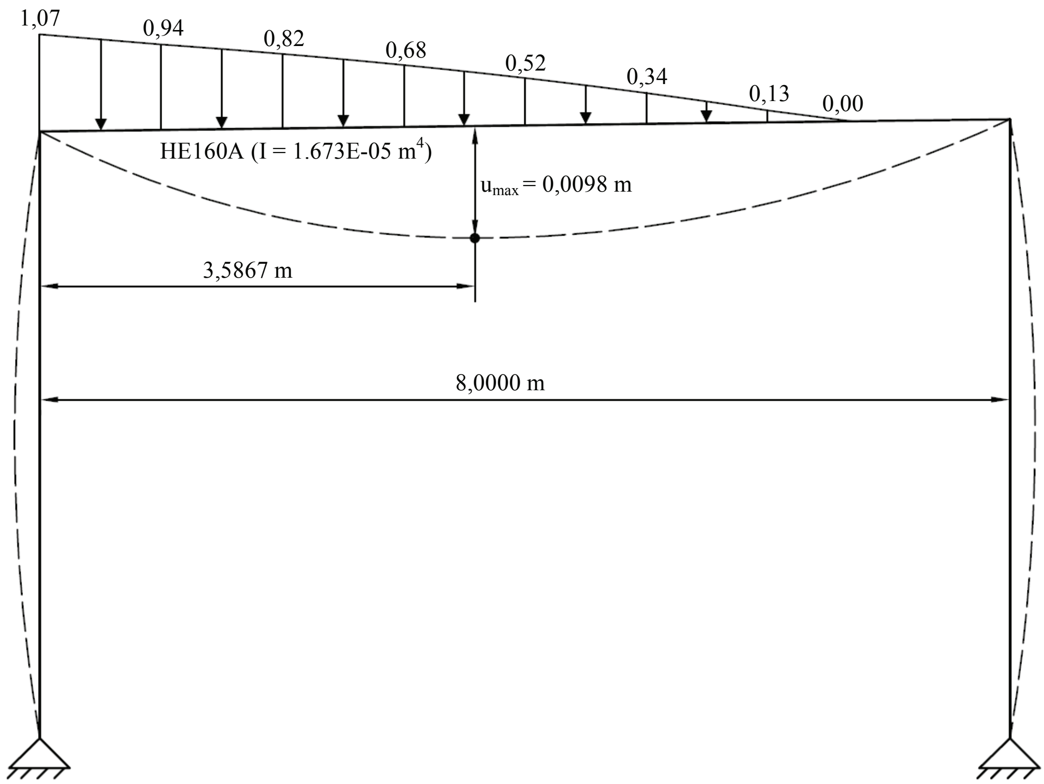
Eksperimentiniai realizaciniai pavyzdžiai

2 pav. pateikiamas geometriškai tiesinio struktūrinio modelio lietaus kaupimo apkrovų įvertinimo algoritmo rezultatas ant konstrukcijos, kurios dešinioji kolona pakelta 0,1 m. Šio generavimo proceso metu nebuvo vertinamos atsirandančios papildomos deformacijos, todėl apkrovos sudarė trikampę formą. Buvo atliekamas tiesinis skaičiavimas, kai konstrukcijos deformacijos yra nustatomos įvertinant pradinį apkrovimo intensyvumą ir vietą. Tolesnis apkrovos kitimas nuo įgytų konstrukcijos deformacijų yra laikomas nereikšmingu ir nėra vertinamas. Toks skaičiavimų rezultatų pateikimas dažniausiai naudojamas inžinerinėje praktikoje ir atitinka normatyvinius reikalavimus.



2 pav. Diskretinis rėmo modelis, atitinkantis pirmosios apkrovimo iteracijos tamprųjį skaičiavimą

3 pav. pateikiamas to paties rėmo modelis įvykdžius iteracinio lietaus apkrovos įtakos vertinimo algoritmo veiksmus. Kadangi šiuo atveju apkrovimo proceso metu buvo vertinamos deformacijos, todėl vandens kiekviename taške susikaupė ne mažiau nei pirmuoju atveju ir maksimalaus įlinkio taškas pasislinko x ašies kryptimi nuo 3,5342 m iki 3,5867 m.



3 pav. Diskretinis rėmo modelis po iteracinio skaičiavimo, įvertinant modelio geometrijos pasikeitimą

Vandens susikaupimas atkartojo liauno geometriškai netiesinio elemento deformaciją. Dėl šios priežasties apkrova įgavo nestandartinio, parabole išlinkusio trikampio formą. Tokia geometriškai netiesinio deformavimosi modelį atitinkanti vandens sankaupos forma labai priklauso nuo apkrauto elemento standumo, gretutinių elementų standžio santykio bei elemento įtvirtinimo kraštinių sąlygų [5]. Autorių rekomenduojamas vandens apkrovimo modeliavimo būdas vertina apkrovimo lokalizacijos kitimą. Iteraciniame procese nusistovėjusi deformacijų ir poslinkių darna potencinės energijos stacionarumo taške nulemia galutinę vandens apkrovos formą ir vietą. Pasiekus potencinės energijos stacionarumo tašką, iteracinis procesas yra nutraukiamas. Toks struktūrinio modelio geometrijos pasikeitimas tiksliausiai vertina kintančios apkrovimo būsenos įtaką.

Išvados

1. Naudojant stogo struktūros diskretinį modelį pateiktas autorių sukurtas inovatyvus iteracinis lietaus sankaupos apkrovos skaičiavimo algoritmas, kuris vertina diskretinio modelio geometrinį netiesiškumą modelio deformavimosi nuo lietaus apkrovų metu. Šio modelio tikslumas priklauso nuo struktūros diskretizacijos lygmens, kuris modelyje įvertintas tiek struktūriniais požymiais, tiek ir formuojamais lietaus įtakos parametrais.
2. Įdiegtame diskretiniame modelyje lietaus įtakos pradiniai parametrai atitinka galiojančius Nyderlandų normatyvinius dokumentus, t. y. NEN-EN 1991-1-3+C1/NB. Neatsižvelgiant į tai, jog nagrinėtas normatyvinis dokumentas yra taikomas Nyderlanduose, autorių pateiktas bendras fizikinis lietaus įtakos vertinimo algoritmas yra universalus ir gali būti sėkmingai taikomas Lietuvos ar kitos šalies sąlygomis.
3. Pateikti skaičiavimo pavyzdžiai parodo lietaus apkrovos pasiskirstymą deformuotoje konstrukcijoje ir yra validuoti Nyderlanduose įgyvendintų praktinių taikymų. Sukurtasis algoritmas yra įdiegtas ir naudojamas *MatrixFrame*® komercinėje programinėje įrangoje.

Literatūra

1. Atkočiūnas J., Nagevičius J., 2004, *Tamprumo teorijos pagrindai*. Vilnius: Technika.
2. Blaauwendraad J., 2000, *Eindige-Elementenmethode voor staafconstructies*. Schoonhoven: Academic Service.
3. Blaauwendraad J., 2010, *Plates and FEM: Surprises and Pitfalls*. Nyderlandai: Springer.
4. Čižas A., Viršilas V., Žekevičius J., 2000, *Aiškinamasis medžiagų atsparumo uždavinynas*. Vilnius: TEV.
5. Kool Ir. E. J., Kolner Drs. W. P. P., van der Meer J., 2003, *Instortingen van lichte platte daken* [žiūrėta 2018 m. gegužės 5 d.]. Prieiga per internetą: http://www.adviesbureau-hageman.nl/fileadmin/user_upload/pdf/inspectie15056.pdf.
6. Nederlands Normalisatie-instituut, 2011, *National Annex to NEN-EN 1991-1-3+C1: Eurocode 1: Actions on structures - Part 1-3: General actions - Snow loads*. Delft.
7. Городецкий А. С., Евзеров И. Д., 2007, *Компьютерные модели конструкций*. Киев: Факт.

Summary

ALGORITHM OF RAINWATER ACCUMULATION LOAD ESTIMATION

A. Mackūnas, S. Valentinavičius

The paper presents methodology of estimating rainwater load accumulation for a discrete-structural model. According to it an algorithm for estimating rainwater accumulation loading has been developed. This algorithm evaluates the geometrically nonlinear structural model deformation process. The geometrically nonlinear variation of the structural model is based on iterative calculations of the discrete model, considering the deformations of this model due to the effect of rainwater accumulation. A discrete model that conforms the calculation of the first loading iteration was provided. In addition, after the iterative calculation, a secondary model that takes into account the change of initial structure's geometry was given.

Keywords: *GNL modelling, structural analysis, actions on structures, rainwater accumulation.*

Santrauka

LIETAUS SANKAUPOS APKROVOS ĮVERTINIMO ALGORITMAS

A. Mackūnas, S. Valentinavičius

Straipsnyje pateikta diskretinio-struktūrinio modelio lietaus apkrovos nustatymo metodika. Pagal ją sukurtas lietaus kaupimo apkrovų vertinimo algoritmas. Šis algoritmas vertina geometriškai netiesinį struktūrinio modelio deformacijos procesą. Geometriškai netiesinis struktūrinio modelio kitimas grindžiamas iteraciniais diskretinio modelio skaičiavimais, atsižvelgiant į šio modelio deformacijas dėl lietaus sankaupos apkrovų. Pateiktas diskretinis modelis, atitinkantis pirmosios apkrovimo iteracijos tamprųjį skaičiavimą, ir modelis po iteracinių skaičiavimų, kurių metu buvo vertinamas pradinės struktūros geometrijos pasikeitimas.

Prasminiai žodžiai: *iteracinis algoritmas, struktūrinė analizė, netiesinis modeliavimas, poveikiai konstrukcijoms, lietaus apkrovos*.

Įteikta 2018-04-11
Priimta 2018-05-10